

Rys. 5.27. Przekroje niebezpieczne

**Siłą tnącą** w dowolnym przekroju belki jest suma algebraiczna wszystkich sił zewnętrznych działających prostopadle do osi belki, po jednej stronie rozważanego przekroju.

**Moment gnący** przyjmuje się za **dodatni**, gdy wygina belkę wypukłością ku dołowi. Moment zginający uważa się za **ujemny**, gdy wygina belkę wypukłością ku górze.

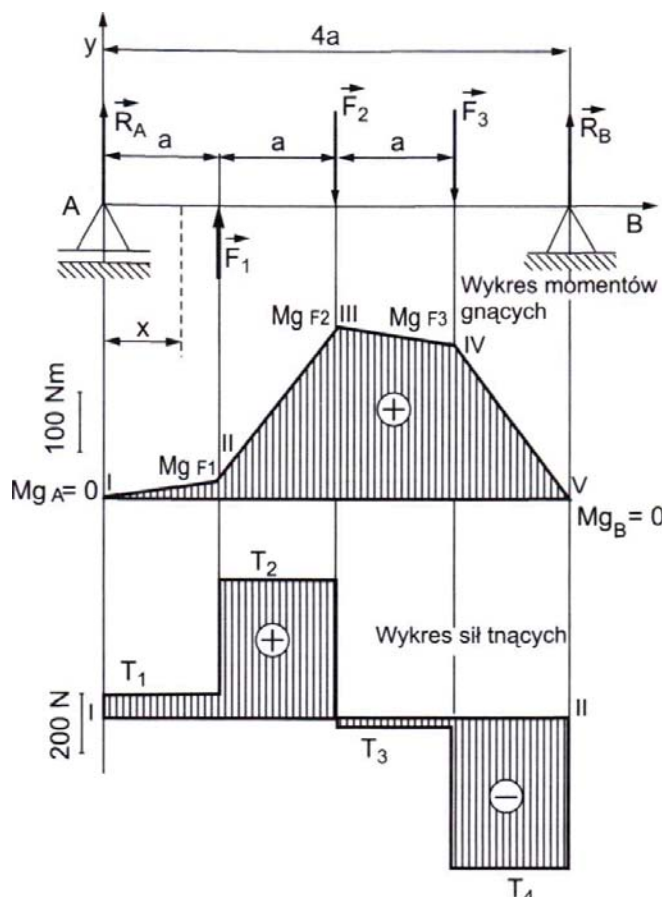
**Sumując siły tnące** po lewej stronie przekroju – siły zwrócone do góry uważa się za dodatnie, a zwrócone w dół za ujemne. Sumując siły tnące po prawej stronie przekroju – siły zwrócone do góry uważa się za ujemne, a zwrócone w dół za dodatnie.

### 5.14.3. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących w belce obciążonej siłami skupionymi

Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących zostanie przedstawiony na przykładzie obciążonej belki, przedstawionej na rysunku 5.28.

Na schematycznych rysunkach obliczeniowych belkę zastępuje się pogrubioną linią nie uwzględniającą wymiarów poprzecznych belki. Belka jest obciążona siłami:  $F_1 = 400 \text{ N}$ ;  $F_2 = 500 \text{ N}$ ;  $F_3 = 500 \text{ N}$ . Odległość  $a$  między punktami oddziaływania sił wynosi  $0,5 \text{ m}$ .

Sposób postępowania jest następujący.



Rys. 5.28. Wykres momentów gnących i sił tnących

1. Ze znanych ze statyki warunków równowagi wyznacza się wartości reakcji  $R_A$  i  $R_B$ :

$$\sum F_{iy} = 0 \rightarrow R_A + F_1 - F_2 - F_3 + R_B = 0 \text{ – suma rzutów na oś } y,$$

$$\sum M_{iA} = 0 \rightarrow F_1 \cdot a - F_2 \cdot 2a - F_3 \cdot 3a + R_B \cdot 4a = 0 \text{ – suma momentów względem punktu } A.$$

Z drugiego równania można wyznaczyć  $R_B$ :

$$R_B = \frac{-F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a + F_3 \cdot 3a}{4a};$$

$$R_B = \frac{-400 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} + 500 \text{ N} \cdot 2 \cdot 0,5 \text{ m} + 500 \text{ N} \cdot 3 \cdot 0,5 \text{ m}}{4 \cdot 0,5 \text{ m}}$$

$$R_B = 525 \text{ N}$$

a z pierwszego równania  $R_A$ :

$$R_A = -F_1 + F_2 + F_3 - R_B;$$

$$R_A = -400 \text{ N} + 500 \text{ N} + 500 \text{ N} - 525 \text{ N};$$

$$R_A = 75 \text{ N}$$

2. Po wyznaczeniu momentów gnących w przekrojach niebezpiecznych rysuje się wykres momentów gnących.

Momenty gnące wyznacza się, rozpoczynając od lewej strony, uwzględniając poznane wcześniej zasady:

- moment gnący w dowolnym przekroju belki stanowi sumę algebraiczną momentów wszystkich sił zewnętrznych działających po jednej stronie rozważanego przekroju względem środka tego przekroju;
- moment zginający dodatni wygina belkę wypukłością ku dołowi;
- moment zginający ujemny wygina belkę wypukłością ku górze.

W powyższym przykładzie obciążonej belki (patrz rys. 5.28 i 5.29) moment gnący w przekroju odległym od lewej podpory o odcinek  $x$  wyznacza się w następujący sposób:

- po lewej stronie od przekroju w odległości  $x$  leży tylko jedna siła  $R_A$  i to ona będzie tworzyła moment gnący w rozpatrywanym przekroju;
- moment jest dodatni, gdyż siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $x$  wygina belkę wypukłością do dołu;
- wartość momentu jest iloczynem siły  $R_A$  i jej odległości (ramienia  $x$ ) od rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gx} = R_A \cdot x$$

Następnie określa się momenty gnące w przekrojach niebezpiecznych oznaczonych cyframi rzymskimi I–V (patrz rys. 5.28 i rys. 5.29)

I.  $M_{gA} = 0$ , gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero, ponieważ po lewej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment i ramię momentu jest równe zero.

II.  $M_{gF1}$  wyznacza się zgodnie z podanym wyżej przykładem.

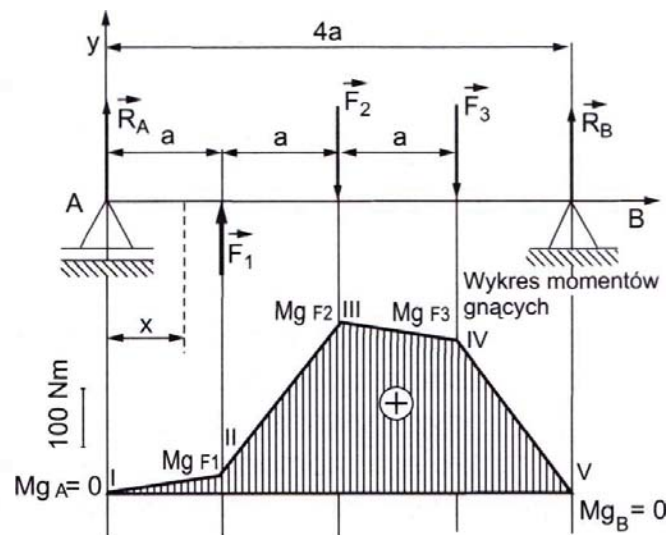
Po lewej stronie od rozważanego przekroju leży tylko jedna siła  $R_A$  i to ona będzie tworzyła moment gnący w rozpatrywanym przekroju; moment jest dodatni, gdyż siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $a$  wygina belkę wypukłością do dołu; wartość momentu jest iloczynem siły  $R_A$  i jej odległości  $a$  od rozpatrywanego przekroju, czyli:

$$M_{gF1} = R_A \cdot a = 75 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 37,5 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

III.  $M_{gF2}$  wyznacza się identycznie jak  $M_{gF1}$ .

Po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą siły  $R_A$  i  $F_1$  tworzące moment gnący w rozpatrywanym przekroju; momenty od obu sił są dodatnie, gdyż zarówno siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $2a$ , jak i siła  $F_1$  zaczepiona na ramieniu  $a$  wyginają belkę wypukłością do dołu; wartość momentu  $M_{gF2}$  jest sumą algebraiczną momentów od sił  $R_A$  i  $F_1$  względem rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gF2} = R_A \cdot 2a + F_1 \cdot a = 75 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} + 400 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 275 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Rys. 5.29. Wykres momentów gnących

IV.  $M_{gF3}$  można wyznaczyć na dwa sposoby – rozpatrując siły działające po lewej stronie od rozważanego przekroju albo biorąc pod uwagę siły leżące po jego prawej stronie.

– Moment  $M_{gF3}$  dla sił leżących po lewej stronie przekroju

Po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą siły  $R_A$ ,  $F_1$  i  $F_2$  wywołujące moment gnący w rozpatrywanym przekroju: siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $3a$ , siła  $F_1$  zaczepiona na ramieniu  $2a$ , siła  $F_2$  zaczepiona na ramieniu  $a$ . Momenty od obu sił  $R_A$  i  $F_1$  są dodatnie, gdyż zarówno siła  $R_A$ , jak i siła  $F_1$  wyginają belkę wypukłością do dołu.

Moment od siły  $F_2$  jest ujemny, gdyż siła  $F_2$  wygina belkę wypukłością do góry. Wartość momentu  $M_{gF3}$  wyznacza się jako sumę algebraiczną momentów od sił  $R_A$  i  $F_1$  względem rozpatrywanego przekroju:

$$\begin{aligned} M_{gF3} &= R_A \cdot 3a + F_1 \cdot 2a - F_2 \cdot a = \\ &= 75 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} + 400 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} - 500 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 262,5 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

– Moment  $M_{gF3}$  dla sił leżących po prawej stronie przekroju

Po prawej stronie od rozważanego przekroju leży tylko jedna siła  $R_B$  i to ona będzie tworzyła moment gnący w rozpatrywanym przekroju; moment jest dodatni, gdyż siła  $R_B$  zaczepiona na ramieniu  $a$  wygina belkę wypukłością do dołu; wartość momentu jest iloczynem siły  $R_B$  i jej odległości  $a$  do rozpatrywanego przekroju:

$$M_{gF1} = R_B \cdot a = 525 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 262,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

W obu przypadkach wynik wyszedł taki sam, co potwierdza poprawność obliczeń i zasad przyjętych do analizy.

V.  $M_{gB} = 0$ , gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero: po jego prawej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment gnący, ramię momentu jest równe zero.

### Budowa i rysowanie wykresu momentów gnących

W celu zbudowania wykresu momentów gnących przyjmuje się pewną długość odcinka, która odpowiada wartości momentu zginającego, np.  $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ . W powyższym przykładzie obciążonej belki (patrz rys. 5.28 i 5.29) przyjęto, że długości  $1 \text{ cm}$  odpowiada wartość  $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

Na poziomej osi, w rozpatrywanych przekrojach I–V, odkłada się pionowe odcinki odpowiadające w przyjętej podziałce wartościom momentów gnących, przyjmując zasadę, że dodatnie wartości momentów będą odkładane powyżej obranej osi, a ujemne poniżej osi (patrz rys. 5.28). Następnie, łącząc liniami końce odłożonych odcinków, uzyskuje się wykres momentów gnących działających na belkę. Pole wykresu zakreskuje się pionowymi cienkimi liniami. Z wykresu można odczytać, że największy moment zginający występuje w przekroju działania siły  $F_2$ . Ten przekrój jest niebezpiecznym przekrojem belki, najbardziej narażonym na zniszczenie pod wpływem momentu gnącego.

## Wyznaczanie sił tnących działających na belkę

Siły tnące w przykładzie obciążonej belki (patrz rys. 5.28) będą wyznaczone w przedziałach, idąc od lewej strony, z uwzględnieniem poznanych wcześniej zasad:

- siłą tnącą w dowolnym przekroju belki nazywa się sumę algebraiczną wszystkich sił zewnętrznych działających prostopadłe do osi belki po jednej stronie rozważanego przekroju;
- sumując siły tnące po lewej stronie przekroju, przyjmuje się siły zwrócone do góry za dodatnie, a zwrócone w dół za ujemne;
- sumując siły tnące po prawej stronie przekroju, przyjmuje się siły zwrócone do góry za ujemne, a zwrócone w dół za dodatnie.

Przedziałami, w których będą wyznaczone siły tnące, będą odcinki belki między punktami przyłożenia sił skupionych (patrz rys. 5.28 i rys. 5.30).

- I. Przedział od podpory A do miejsca działania siły  $F_1$

Na lewo od miejsca działania siły  $F_1$  leży tylko jedna siła  $R_A$ , więc siła tnąca  $T_1$  jest równa wartości reakcji  $R_A$

$$T_1 = R_A = 75 \text{ N}$$

Siła tnąca  $T_1$  jest dodatnia, gdyż przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły  $F_1$  siły zwrócone do góry mają wartość dodatnią. W tym przypadku występuje tylko siła  $R_A$  zwrócona do góry.

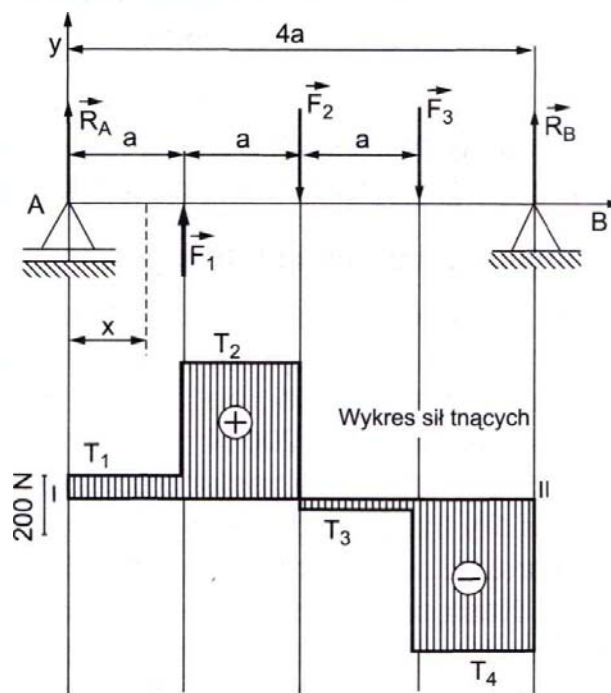
- II. Przedział od miejsca działania siły  $F_1$  do miejsca działania siły  $F_2$
- Na lewo od miejsca działania siły  $F_2$  leżą siły  $R_A$  i  $F_1$ . Przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły  $F_2$  – siły  $R_A$  i  $F_1$  są dodatnie, gdyż są zwrócone do góry. Siłę tnącą  $T_2$  wyznacza się ze wzoru:

$$T_2 = R_A + F_1 = 75 \text{ N} + 400 \text{ N} = 475 \text{ N}$$

- III. Przedział od siły  $F_2$  do miejsca działania siły  $F_3$

Na lewo od miejsca działania siły  $F_3$  leżą siły  $R_A$ ,  $F_1$  i  $F_2$ . Przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły  $F_2$  – siły  $R_A$  i  $F_1$  są dodatnie, gdyż są zwrócone do góry, a siła  $F_2$  jest ujemna, gdyż jest zwrócona do dołu. Siłę tnącą  $T_3$  można wyznaczyć ze wzoru:

$$T_3 = R_A + F_1 - F_2 = 75 \text{ N} + 400 \text{ N} - 500 \text{ N} = -25 \text{ N}$$



Rys. 5.30. Wykres sił tnących

IV. Przedział od siły  $F_3$  do miejsca działania siły  $R_B$ .

Siłę tnącą  $T_3$  można wyznaczyć na dwa sposoby przez sumowanie – jak do tej pory – sił z lewej strony lub sumowanie z prawej strony.

– Sumowanie sił z lewej strony.

Na lewo od miejsca działania siły  $R_B$  leżą siły  $R_A$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  i  $F_3$ .

Przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od miejsca działania siły  $R_B$  – siły  $R_A$  i  $F_1$  są dodatnie, gdyż są zwrócone do góry, a siły  $F_2$  i  $F_3$  są ujemne, gdyż są zwrócone do dołu. Siłę tnącą  $T_4$  wyznacza się z wzoru:

$$T_2 = R_A + F_1 - F_2 - F_3 = 75 \text{ N} + 400 \text{ N} - 500 \text{ N} - 500 \text{ N} = -525 \text{ N}$$

– Sumowanie sił z prawej strony.

Na prawo od miejsca działania siły  $F_3$  leży siła  $R_B$ , więc siła tnąca  $T_4$  jest równa wartości reakcji  $R_B$ . Siła tnąca  $T_4$  jest ujemna, gdyż przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na prawo od miejsca działania siły  $F_3$  – siły zwrócone do góry mają wartość ujemną. W tym przypadku występuje tylko siła  $R_B$  zwrócona do góry. Wartość siły tnącej  $T_4$  będzie więc wynosiła:

$$T_4 = -R_B = -525 \text{ N}$$

W obu przypadkach wynik wyszedł taki sam, potwierdzając poprawność obliczeń i przyjętych zasad podanych na początku rozdziału.

### Rysowanie wykresu sił tnących

Przed sporządzeniem wykresu sił tnących, podobnie jak przy wykresie momentów gnących, przyjmuje się skalę, czyli pewną długość odcinka, która odpowiada wartości siły tnącej, np. 100 N. W tym przykładzie długości 1 cm będzie odpowiadać wartości 200 N · m (patrz też rys. 5.28 i 5.30).

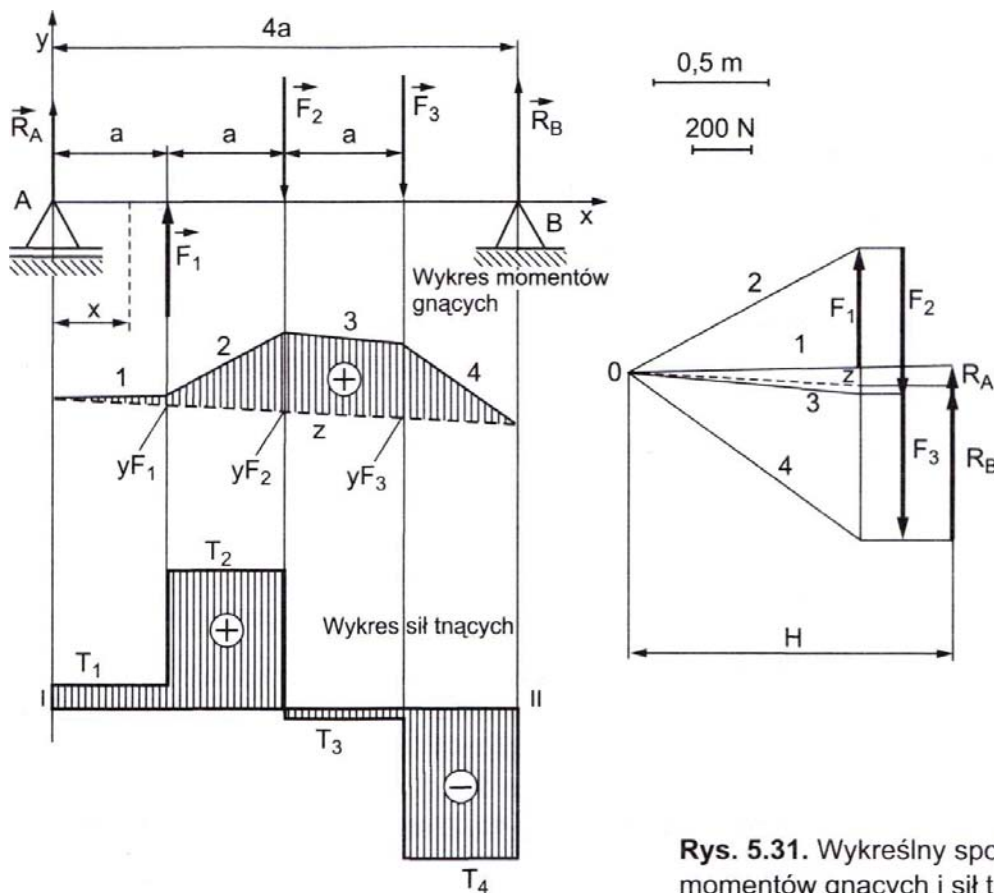
Na poziomej osi I–II zostaną odłożone pionowe odcinki przedstawiające w podziale siły tnące w rozpatrywanych przedziałach, przyjmując zasadę, że dodatnie wartości sił tnących będą odkładane powyżej obranej osi, a ujemne poniżej tej osi. Następnie, po połączeniu liniami końców odłożonych odcinków uzyska się wykres sił tnących działających na belkę (patrz rys. 5.28). Pole wykresu należy zakreskować pionowymi cienkimi liniami. Z wykresu można odczytać, że największa siła tnąca występuje w przedziale od miejsca działania siły  $F_3$  do miejsca działania siły  $R_B$ . Ten przekrój jest więc niebezpiecznym przekrojem belki, najbardziej narażonym na zniszczenie pod wpływem siły tnącej.

Wykresy sił tnących belek obciążonych siłami skupionymi składają się z odcinków prostych równoległych do przyjętej osi poziomej.

#### 5.14.4. Wykreślny sposób wyznaczania momentów gnących w belce obciążonej siłami skupionymi

Przyjmując to samo zadanie, jak dla metody analitycznej, podamy sposób wykreślnego wyznaczania wartości momentów gnących na przykładzie belki (patrz rys. 5.31) obciążonej siłami:  $F_1 = 400 \text{ N}$ ,  $F_2 = 500 \text{ N}$ ,  $F_3 = 500 \text{ N}$ , przy czym od-

ległości  $a$  między siłami wynoszą  $0,5$  m. Ze względu na wymaganą dużą dokładność metody wykreślnej, której nie można w pełni oddać w książce, przedstawiono tylko sposób wykreślnego wyznaczania wartości momentów gnących, nie dokonując obliczeń, gdyż użyte w tej metodzie wielkości geometryczne i podziałki w druku mogą zmienić swoje wartości.



Rys. 5.31. Wykreślny sposób wyznaczania momentów gnących i sił tnących

Za pomocą znanej nam już metody należy wykreślić wielobok sił, a następnie wielobok sznurowy, dzięki czemu zostaną wyznaczone reakcje  $R_A$  i  $R_B$ .

Wartość momentu gnącego w danym przekroju oblicza się z następującego wzoru:

$$M_g = \rho_b \rho_s H y \quad (5.63)$$

gdzie:

$M_g$  – moment gnący w  $N \cdot m$ ;

$\rho_b$  – podziałka długości belki, czyli liczba oznaczająca, jaką długość w metrach przedstawia 1 cm na rysunku;

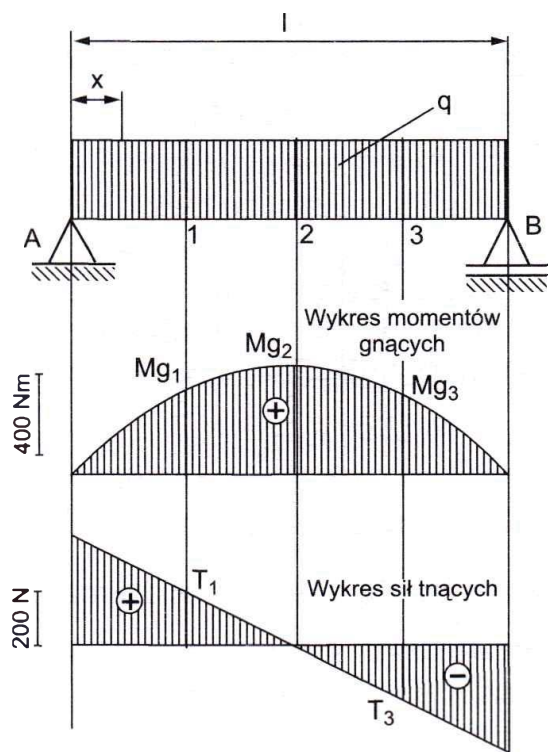
$\rho_s$  – podziałka siły, czyli liczba oznaczająca, jakiej sile w niutonach odpowiada 1 cm na rysunku;

$H$  – odległość zaznaczona na rysunku zwana odległością biegunową;

$y$  – wysokość (rzędna) wykresu momentów w rozważanym przekroju, np.  $yF_1$ ,  $yF_2$ ...

### 5.14.5. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących w belce z obciążeniem ciągłym

Momenty gnące w belce z obciążeniem ciągłym zostaną wyznaczone na przykładzie belki o długości  $l = 8$  m obciążonej obciążeniem ciągłym  $q = 1000$  N/m, jak na rysunku 5.32.



Rys. 5.32. Analityczny sposób wyznaczania momentów gnących w belce z obciążeniem ciągłym

1. Ze znanych ze statyki warunków równowagi wyznaczamy wartości reakcji  $R_A$  i  $R_B$ .

W przypadku obciążenia ciągłego przyjmuje się, że obciążenie ciągłe jest skupione w środku ciężkości obciążenia. Siła skupiona pochodząca od obciążenia ciągłego  $q$  będzie równa iloczynowi  $q l$ .

Reakcje zostaną wyznaczone z dwóch warunków równowagi:

$$R_A - q l + R_B = 0 \quad \text{– suma rzutów na oś belki,} \quad (5.64)$$

$$-q l \frac{l}{2} + R_B l = 0 \quad \text{– suma momentów względem punktu A.} \quad (5.65)$$

Z drugiego równania można wyznaczyć  $R_B$ :

$$R_B = \frac{q l}{2}$$

$$R_B = \frac{1000 \cdot 8 \text{ N} \cdot \text{m}}{2 \text{ m}};$$

$$R_B = 4000 \text{ N}$$

Z pierwszego równania  $R_A$ :

$$R_A = q l - R_B$$

$$R_A = 1000 \text{ N/m} \cdot 8 \text{ m} - 4000 \text{ N}$$

$$R_A = 4000 \text{ N}$$

2. Wyznaczamy momenty gnące w przekrojach niebezpiecznych oraz rysujemy wykres momentów gnących.

Momenty gnące będziemy wyznaczali od lewej strony, pamiętając o poznanych wcześniej zasadach:

- moment gnący w dowolnym przekroju belki stanowi sumę algebraiczną momentów wszystkich sił zewnętrznych działających po jednej stronie rozważanego przekroju względem środka tego przekroju;
- moment gnący uważamy za dodatni, gdy wygina belkę wypukłością ku dołowi;
- moment gnący uważamy za ujemny, gdy wygina belkę wypukłością ku górze.

W celu wyznaczenia momentów gnących przy obciążeniu ciągłym belka zostanie podzielona umownie na cztery części – w ten sposób powstaną trzy przekroje belki 1, 2, 3, w których będą wyznaczane momenty gnące. Przekroje są oddalone od siebie o  $l/4$  długości belki.

Moment gnący w miejscu oddalonym o odległość  $x$  od podpory będą tworzyły dwie leżące po jego lewej stronie siły – siła reakcji  $R_A$  i siła  $q x$  pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości  $x/2$ . Siła  $q x$ , jako siła ciężkości, jest skierowana do dołu. Moment od siły  $R_A$  jest dodatni, gdyż siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $x$  wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły  $q x$  ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu  $x/2$  wygina belkę wypukłością do góry. Moment zginający w rozpatrywanym przekroju będzie wynosił:

$$M_{gx} = R_A x - q x \frac{x}{2} \quad (5.66)$$

czyli

$$M_{gx} = R_A x - q \frac{x^2}{2} \quad (5.67)$$

gdzie  $x/2$  stanowi ramię działania siły  $q x$ .

Z powyższego wzoru wynika, że wykresem momentów zginających belki obciążonej obciążeniem ciągłym będzie część paraboli (wykres funkcji kwadratowej).

Wartości momentów gnących w charakterystycznych przekrojach belki z obciążeniem ciągłym (patrz rys. 5.32 i 5.33) będą następujące.

- I.  $M_{gA} = 0$ , gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero, bo po lewej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment zginający, ramię momentu jest równe zero.

- II.  $M_{g1}$  – moment gnący w rozpatrywanym przekroju będą tworzyły dwie leżące po jego lewej stronie siły: siła reakcji  $R_A$  i siła  $q/4$  pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości  $1/8 l$  od rozpatrywanego przekroju. Moment od siły  $R_A$  jest dodatni, gdyż siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $l/4$  wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły  $qx$  ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu  $l/8$  wygina belkę wypukłością do góry. Moment gnący w rozpatrywanym przekroju wynosi:

$$M_{g1} = R_A \frac{l}{4} - q \frac{l}{4} \frac{l}{8}$$

$$M_{g1} = 4000 \text{ N} \cdot \frac{8 \text{ m}}{4} - 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{8 \text{ m}}{4} \cdot \frac{8 \text{ m}}{8}$$

$$M_{g1} = 6000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- III.  $M_{g2}$  – po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą: siła reakcji  $R_A$  i siła  $q/2$  pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości  $l/4$  od rozpatrywanego przekroju. Moment od siły  $R_A$  jest dodatni, gdyż siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $l/2$  wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły  $qx$  ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu  $l/4$  wygina belkę wypukłością do góry. Moment zginający w rozpatrywanym przekroju wyznaczmy więc w następujący sposób:

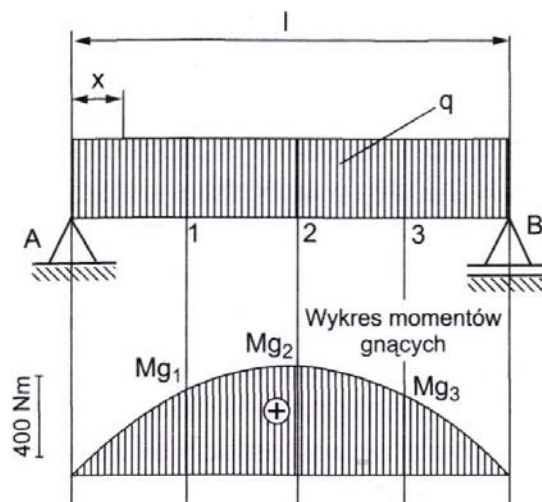
$$M_{g1} = R_A \frac{l}{2} - q \frac{l}{2} \frac{l}{4}$$

$$M_{g1} = 4000 \text{ N} \cdot \frac{8 \text{ m}}{2} - 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{8 \text{ m}}{2} \cdot \frac{8 \text{ m}}{4}$$

$$M_{g1} = 8000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- IV.  $M_{g3}$  – po lewej stronie od rozważanego przekroju leżą siły: siła reakcji  $R_A$  i siła  $q \cdot 3/4 l$  pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości  $3/8 l$  od rozpatrywanego przekroju. Moment od siły  $R_A$  jest dodatni, gdyż siła  $R_A$  zaczepiona na ramieniu  $3/4 l$  wygina belkę wypukłością do dołu, a od siły  $qx$  ujemny, gdyż zaczepiona na ramieniu  $3/4 l$  wygina belkę wypukłością do góry. Moment zginający w rozpatrywanym przekroju będzie wynosił:

$$M_{g1} = R_A \frac{3}{4} l - q \frac{3}{4} l \frac{3}{8} l$$



Rys. 5.33. Wykres momentów gnących

$$M_{g1} = 4000 \text{ N} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8 \text{ m} - 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8 \text{ m} \cdot \frac{3}{8} \cdot 8 \text{ m}$$

$$M_{g1} = 6000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

V.  $M_{gB} = 0$ , gdyż rozważany przekrój jest przekrojem brzegowym belki, a w takich przekrojach momenty gnące są równe zero: po jego prawej stronie nie występuje żadna siła mogąca wytworzyć moment zginający; ramię momentu jest równe zero.

3. Rysujemy wykres momentów gnących belki z obciążeniem ciągłym (rys 5.32 i 5.33). Przed rozpoczęciem kreślenia należy przyjąć pewną skalę, czyli długość odcinka odpowiadającego wartości momentu zginającego, np.  $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ . W tym przykładzie przyjęto, że  $1 \text{ cm}$  odpowiada wartości  $200 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

Na poziomej osi odkłada się pionowe odcinki przedstawiające – w podziałce – momenty gnące w rozpatrywanych przekrojach. Końce odłożonych odcinków będą stanowiły punkty, przez które przechodzi parabola wykresu momentów. Pole wykresu kreskuje się pionowymi cienkimi liniami. Z wykresu można odczytać, że największy moment gnący występuje w przekroju 2 działania, czyli na środku belki. Ten przekrój jest więc niebezpiecznym przekrojem belki najbardziej narażonym na zniszczenie pod wpływem momentu gnącego.

4. Wyznaczamy siły tnące i rysujemy wykres sił tnących w belce z obciążeniem ciągłym (patrz rys. 5.32 i 5.34).

Siłę tnącą w oddalonym o dowolną odległość  $x$  od podpory  $A$  miejscu będą tworzyły dwie leżące po jego lewej stronie siły – siła reakcji  $R_A$  i siła  $qx$  pochodząca od części obciążenia ciągłego na rozpatrywanym odcinku skupionego w odległości  $x/2$ . Siła tnąca  $R_A$  jest dodatnia, gdyż przy sumowaniu sił tnących znajdujących się na lewo od rozważanego przekroju siły zwrócone do góry mają wartość dodatnią. Siła  $qx$  ma wartość ujemną, gdyż jako siła ciężkości jest skierowana do dołu.

Siłę tnącą jako sumę powyższych sił wyznaczymy w następujący sposób:

$$T_x = R_A - q x, \quad (5.68)$$

Wykres siły tnącej przy obciążeniu ciągłym jest więc liniową funkcją długości belki  $x$ . Dla wyznaczenia wykresu siły tnącej belki obciążonej obciążeniem ciągłym wystarczy wyznaczyć dwa punkty, przez które przechodzi wykres siły tnącej. My wyznaczymy te punkty w podporze  $A$  dla  $x = 0$  i na środku belki dla  $x = l/2$  (patrz rys. 5.32 i 5.34).

Siła  $T_A$  w podporze  $A$ :

$$T_A = R_A - q \cdot 0 = R_A$$

$$T_A = 4000 \text{ N} - q \cdot 0 = 4000 \text{ N} = R_A$$

Siła  $T_2$  na środku belki:

$$T_2 = R_A - q \frac{l}{2} = 4000 - 1000 \cdot \frac{8}{2} = 4000 - 4000 = 0$$

$$T_A = 0$$