

Jeżeli przyjęty układ sił równoległych byłby układem przestrzennym, to do określenia środka ciężkości C_s jest niezbędna współrzędna z_0 . Współrzędną tę wyznaczamy podobnie jak dwie poprzednie, a zatem:

$$Rz_0 = G_1z_1 + G_2z_2 + G_3z_3 + \dots + G_nz_n \quad (4.33)$$

$$z_0 = \frac{G_1z_1 + G_2z_2 + G_3z_3 + \dots + G_nz_n}{R} \quad (4.34)$$

więc

$$z_0 = \frac{\sum G_i z_i}{\sum G_i} \quad (4.35)$$

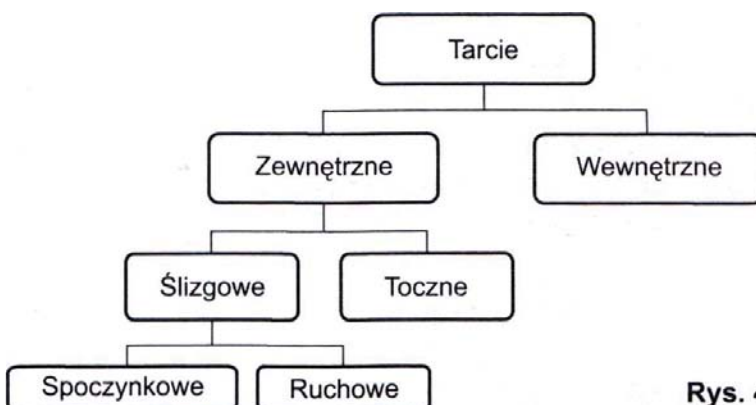
gdzie:

$G_1, G_2, G_3, \dots, G_n$ – siły grawitacji zaczepione w środkach ciężkości,
 $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ – współrzędne z położenia środków ciężkości.

4.7. Tarcie

Tarcie (pojęcie fizyczne, inaczej opory ruchu) to całość zjawisk fizycznych towarzyszących przemieszczaniu się względem siebie dwóch ciał fizycznych (**tarcie zewnętrzne**) lub cząstek tego samego ciała (**tarcie wewnętrzne**) powodujących rozpraszanie energii podczas ruchu. Tarcie zewnętrzne występuje na granicy dwóch ciał stałych. Tarcie wewnętrzne występuje przy przepływie płynów, jak i deformacji ciał stałych, pomiędzy obszarami przemieszczającymi się względem siebie. Siła występująca w zjawiskach tarcia nazywana jest siłą tarcia.

Podstawowe rodzaje tarcia przedstawiono na rysunku 4.38.



Rys. 4.38. Rodzaje tarcia

Choć zjawiska wywołujące tarcie mają skomplikowaną naturę – od czysto mechanicznej po molekularną, matematyczny opis zjawiska jest bardzo prosty.

Jeżeli ciało nie porusza się, to siła tarcia statycznego T_s równoważy siłę wypadkową pozostałych sił działających na ciało, ma jej kierunek, ale zwrot przeciwny. Maksymalną wartość siły tarcia, która może wystąpić, określa wzór:

$$T_s = \mu_s N \quad (4.36)$$

gdzie:

μ_s – współczynnik tarcia statycznego zależny od rodzaju powierzchni stykających się ciał,

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.

Jeżeli ciało porusza się, to siła tarcia kinetycznego (ruchowego) T_k ma kierunek ruchu ciała, zwrot przeciwny do kierunku ruchu, a jej wartość wynosi:

$$T_k = \mu_k N \quad (4.37)$$

gdzie:

μ_k – współczynnik tarcia kinetycznego zależny od rodzaju powierzchni stykających się ciał,

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.

W tarciu zewnętrznym suchym zazwyczaj siła tarcia spoczynkowego jest większa lub równa sile tarcia ruchowego: $T_s \geq T_k$.

Gdy ciało porusza się tak, że jego elementy stykające się z powierzchnią mają różne kierunki ruchu (np. złożenie ruchu postępowego i obrotowego), to siły tarcia pochodzące od poszczególnych punktów styku ciała z podłożem mają różne kierunki.

Tarcie zewnętrzne występuje na styku dwóch ciał stałych będących w ruchu lub w spoczynku, gdy działająca siła jest zbyt mała, by pokonać siły tarcia. Tarcie zewnętrzne dzieli się na:

- tarcie ślizgowe, gdy ciała przesuwają się względem siebie,
- tarcie toczne, gdy jedno z ciał toczy się po powierzchni drugiego.

Wielkość siły tarcia zależy od siły nacisku, rodzaju materiału, ich gładkości i wielu innych czynników.

Tarcie spoczynkowe (statyczne) występuje między dwoma ciałami, gdy nie przemieszczają się względem siebie, np. jest to tarcie pomiędzy stojącym samochodem i jezdnią. Siła tarcia równoważy siłę działającą na ciało. Maksymalna siła tarcia jest proporcjonalna do siły, z którą ciało naciska na podłoże. Siła inicjująca ruch musi przekroczyć wartość T_s , aby wprowadzić ciało w ruch.

Tarciem ruchowym nazywa się tarcie zewnętrzne, gdy dwa ciała ślizgają się lub toczą po sobie. Siła tarcia przeciwstawia się wówczas ruchowi. Takie tarcie występuje m.in. podczas ruchu samochodu między kołami i jezdnią oraz przy hamowaniu na śliskiej nawierzchni, gdy zablokowane koła ślizgają się po śliskiej jezdni (brak układu ABS).

Tarcie wewnętrzne to opór istniejący między cząstkami ciała. W ciele stałym tarcie jest uzależnione od właściwości tłumiących, natomiast w płynach od lepkości. Opory tarcia wewnętrznego wynikają z istnienia sił kohezji i zależą od swobody przemieszczania się cząsteczek.

Ze względu na występowanie/zastosowanie środka smarnego można rozróżnić następujące rodzaje tarcia.

Tarcie suche występuje wtedy, gdy między współpracującymi powierzchniami nie ma żadnych ciał obcych, np. środka smarnego lub wody. Jest ono intensywne podczas ślizgania się materiałów chropowatych. Podczas tarcia suchego

wydziela się duża ilość ciepła, co powoduje spadek wytrzymałości oraz wzrost zużycia się części. Tarcie takie jest spotykane w hamulcach i suchych sprzęgłach ciernych.

Tarcie płynne występuje na powierzchniach rozdzielonych warstwą środka smarnego w postaci smaru, cieczy lub gazu. W tych przypadkach tarcie zewnętrzne jest zamieniane na tarcie wewnętrzne czynnika smarnego. Siła tarcia płynnego zależy wyłącznie od właściwości środka smarnego, a nie od właściwości powierzchni współpracujących. Wartość współczynnika tarcia płynnego jest mała i zależy od grubości warstwy cieczy smarującej, jej lepkości oraz od prędkości względnej elementów trących. Zużycie elementów maszyn podczas tarcia płynnego jest małe. Tarcie tego rodzaju występuje np. przy współpracy czopa głównego wału korbowego i panwi łożyska ślizgowego.

Tarcie graniczne występuje w sytuacji, gdy powierzchnie trące są pokryte środkami smarnymi zawierającymi substancje powierzchniowo czynne, które tworzą na powierzchniach elementów warstwy graniczne, wyjątkowo odporne na duże naciski i są trwale z tymi powierzchniami połączone. Zapobiega to powstawaniu tarcia suchego, nawet przy nieciągłym dopływie środka smarnego.

Tarciem mieszanym nazywa się zjawisko występowania różnych rodzajów tarcia w strefie styku elementów trących z wyodrębnionymi mikroobszarami styku. Tarcie w mikroobszarze jest wypadkową różnych rodzajów tarcia.

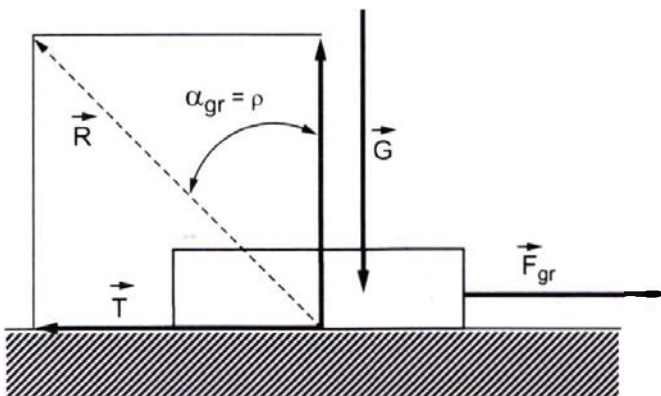
W przypadku ciała pozostającego w spoczynku na chropowatej powierzchni zależność między siłą tarcia T a naciskiem normalnym N zachodzi zależność:

$$T_s \leq \mu_s N \quad (4.38)$$

gdzie:

μ_s – współczynnik tarcia statycznego,

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.



Rys. 4.39. Tarcie ślizgowe

Kierunek siły tarcia T , działającej na ciało znajdujące się w spoczynku jest przeciwny do kierunku ruchu, który zaistniałby, gdyby tarcia nie było. Graniczny kąt tarcia jest to maksymalny kąt α_{gr} (rys. 4.39), o który może się odchylić linia działania całkowitej reakcji R od kierunku normalnej do powierzchni styku wg następującej zależności:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_{gr} \quad (4.39)$$

gdzie α_{gr} – graniczny kąt tarcia.

W przypadku ciała ślizgającego się po chropowatej powierzchni siła tarcia jest skierowana przeciwnie do kierunku ruchu, a jej wartość jest określona zależnością

$$T_k = \mu_k N \quad (4.40)$$

gdzie:

μ_k – współczynnik tarcia ślizgowego (kinetycznego),

N – siła nacisku, prostopadła do powierzchni styku ciał.

Przykładowe wartości współczynnika tarcia μ zamieszczono w tabelicy 4-1.

Tablica 4-1

Wybrane wartości współczynnika tarcia

| Trące się materiały (powierzchnie) | Współczynnik μ_s | | Współczynnik μ_k | |
|---------------------------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| | na sucho | smarowane olejem | na sucho | smarowane olejem |
| Stal po stali | 0,15...0,22 | 0,07...0,1 | 0,1 | 0,009 |
| Stal po żeliwie lub brązie | 0,18 | 0,1 | 0,18 | 0,01 |
| Żeliwo po żeliwie | 0,45 | 0,25 | 0,2 | 0,05 |
| Metal po drewnie | 0,5...0,6 | 0,1 | 0,2...0,5 | 0,2...0,08 |
| Drewno po drewnie | 0,65 | 0,2 | 0,2...0,4 | 0,04...0,16 |
| Stal po lodzie | 0,027 | – | 0,014 | – |

Jak wynika z zestawienia $\mu_s > \mu_k$, co oznacza, że siła tarcia statycznego T jest większa od siły tarcia kinetycznego T_k .

Współczynnik tarcia ślizgowego zależy od:

- właściwości powierzchni pozostających w zetknięciu (chropowatość),
- rodzaju materiałów, które się ze sobą stykają,
- rodzaju tarcia (statyczne czy kinetyczne),
- smarowania lub jego braku,
- jakości środka smarnego,
- wartości siły wzajemnego docisku powierzchni.

4.8. Klasyfikacja i ogólna charakterystyka ruchu ciała

Ruch jest to zmiana położenia ciała materialnego względem układu odniesienia, tj. względem innego ciała lub zbioru ciał uważanych za pozostające w spoczynku. Zawsze należy określić, względem jakiego układu odniesienia porusza się rozważane ciało.

Ruchem bezwzględnym jest ruch odniesiony względem układu stałego (czyli pozostającego w bezwzględnym spoczynku).

Ruchem względnym nazywamy ruch rozpatrywany względem ruchomego układu odniesienia.

Wszelkie świat jest w ruchu, bardzo trudno jest zatem wybrać jakiś rzeczywisty, stały układ odniesienia. Ruch bezwzględny jest więc pojęciem umownym, zależnym od tego, który układ przyjmiemy za nieruchomy.

W technice wszelkie ruchy są najczęściej odnoszone do kuli ziemskiej lub trwale z nią związanych rzeczy (budynki, drzewa). Upraszczając rozważania, pomija się fakt, że przyjęty przez nas układ jest w ruchu. Czasami jednak obiera się inny układ odniesienia. Na przykład wał korbowy obraca się względem kadłuba silnika i nie trzeba brać pod uwagę faktu, że porusza się ruchem złożonym względem jezdni, podczas ruchu samochodu. Innym przykładem jest pasażer autobusu, który przemieszcza się wewnątrz podczas jazdy. Jego ruch łatwiej opisać, gdy układem odniesienia jest tylko podłoga autobusu.

W zależności od rozmiarów przestrzeni i ruchu różnego rodzaju ciała rzeczywiste będą w naszych rozważaniach zastępowane punktem materialnym lub ciałem sztywnym. W związku z tym kinematyka zostanie podzielona na dwa działy:

- kinematykę punktu materialnego,
- kinematykę ciała sztywnego.

Torem punktu nazywamy linię utworzoną przez kolejne położenia poruszającego się punktu. Przykładowo, samolot odrzutowy zaznacza swój tor ruchu (lotu), zostawiając smugę spalin z silników w powietrzu. Tor poruszającego się punktu może być linią prostą lub dowolną krzywą. W ruchu **prostoliniowym** torem ruchu jest linia prosta, a w **krzywoliniowym** linia krzywa.

Ruchem jednostajnym nazywamy ruch, w którym wartość prędkości się nie zmienia i jest taka sama w czasie jego trwania. Taki ruch występuje, gdy ciało porusza się ze stałą prędkością, jak np. jadący samochód z włączonym tempomatem ustawionym na określoną wartość prędkości.

W **ruchu zmiennym** wartość prędkości zmienia się (maleje lub rośnie) w każdej chwili ruchu.

Na podstawie tych określeń można wyselekcjonować następujące rodzaje ruchu punktu materialnego:

- ruch prostoliniowy jednostajny,
- ruch prostoliniowy zmienny,
- ruch krzywoliniowy jednostajny,
- ruch krzywoliniowy zmienny.

4.8.1. Ruch prostoliniowy jednostajny

W **ruchu prostoliniowym jednostajnym** punkt poruszający się po torze prostoliniowym w jednakowych, dowolnie małych, przedziałach czasu przebywa takie same odcinki drogi. Takim ruchem może poruszać się samochód po równej, poziomej nawierzchni, gdy kierowca utrzymuje stałe, jednakowe uchylenie przepustnicy (nie zmienia położenia pedału gazu) lub gdy jest włączony regulator prędkości jazdy (tempomat).

Stosunek drogi s do czasu t , w którym ta droga została przebyta, nazywa się prędkością poruszającego się punktu. Przez cały czas trwania omawianego ruchu prędkość ma wartość stałą określoną wzorem:

$$v = \frac{s}{t} = \text{const} \quad (4.41)$$

gdzie:

s – droga,

t – czas.

Z tej zależności wynika, że droga jest równa:

$$s = v t \quad (4.42)$$

gdzie:

v – prędkość,

t – czas.

To ostatnie równanie nazywamy równaniem ruchu **prostoliniowego jednostajnego**. Wynika z niego, że wartość drogi przebytej w ruchu jednostajnym jest wprost proporcjonalna do czasu trwania ruchu.

Prędkość jest wektorem, którego kierunek jest styczny do toru, a zwrot zgodny z ruchem. Jej wartość określa się w m/s (układ SI) lub jednostkach pochodnych, np. m/min, km/h itp.

4.8.2. Ruch prostoliniowy zmienny

W życiu codziennym, niemal na każdym kroku, można zaobserwować ruch, którego prędkość zmienia się w czasie, np. w ruchu miejskim od skrzyżowania do skrzyżowania czy od jednej sygnalizacji świetlnej do następnej sygnalizacji widać, jak pojazdy zwiększają stopniowo swą prędkość, następnie – po nabraniu prędkości (w mieście obowiązuje ograniczenie do 50 km/h) przez pewien czas poruszają się ruchem jednostajnym, by przed kolejnym skrzyżowaniem hamować, zmniejszając powoli swą prędkość do zera. Innym przykładem ruchu zmiennego może być ruch tłoka silnika spalinowego w czasie zwiększania i zmniejszania obrotów wału korbowego.

Ruchem przyspieszonym nazywa się ruch ciała, w czasie którego prędkość rośnie. Taki rodzaj ruchu występuje np. gdy samochód przyspiesza po ruszeniu z miejsca, lub podczas manewru wyprzedzania.

Ruch ciała, w czasie którego prędkość maleje, nazywa się **ruchem opóźnionym**. Taki rodzaj ruchu występuje, gdy samochód hamuje.

Stosunek przyrostu drogi Δs do przedziału czasu Δt jest wartością **średniej prędkości** punktu.

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (4.43)$$

gdzie:

Δs – przyrost (odcinka) drogi,

Δt – przedział czasu.

Zmniejszając przedział czasu Δt , czyli zbliżając chwilę t_2 do t_1 , uzyskuje się zmniejszenie przyrostu (odcinka) drogi Δs . Iloraz $\Delta s/\Delta t$ dla tych, coraz to mniejszych przedziałów czasu Δt dąży do pewnej granicy. Granicę ilorazu $\Delta s/\Delta t$, gdy przedział czasu Δt dąży do zera, nazywamy **prędkością chwilową** w rozważanym położeniu punktu na torze.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (4.44)$$

gdzie:

Δs – przyrost (odcinka) drogi,

Δt – przedział czasu.

Stosunek przyrostu prędkości Δv do przedziału czasu Δt , w którym ten przyrost nastąpił, nazywamy **przyspieszeniem** średnim a .

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (4.45)$$

gdzie:

Δv – przyrost prędkości,

Δt – przedział czasu.

Przyspieszenie w ruchu prostoliniowym jest wektorem mającym wartość określoną powyższym wzorem, kierunek tego wektora jest taki, jak wektora prędkości, a zwrot zgodny ze zwrotem prędkości, gdy ruch jest przyspieszony oraz przeciwny zwrotowi wektora prędkości, gdy ruch jest opóźniony.

W ruchu zmiennym przyspieszenie może wzrastać, maleć lub może być wielkością stałą.

Ruch jednostajnie zmienny to taki ruch, w którym przyspieszenie jest wartością stałą, natomiast w **ruchu niejednostajnie zmiennym** przyspieszenie w czasie ruchu rośnie lub maleje.

W **ruchu jednostajnie przyspieszonym** przyspieszenie jest dodatnie (ma zwrot zgodny ze zwrotem prędkości) i prędkość wzrasta, podczas gdy w **ruchu jednostajnie opóźnionym** przyspieszenie jest ujemne (ma zwrot przeciwny do zwrotu prędkości) – prędkość maleje.

Jeżeli ciało poruszające się ruchem jednostajnie zmiennym ma prędkość v_0 w punkcie A_0 , a prędkość v w dowolnym punkcie A , to wzór na przyspieszenie przyjmie postać:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (4.46)$$

gdzie:

t – całkowity czas trwania ruchu od położenia A_0 do A ,

v_0 – **prędkość początkowa**, którą ciało ma w punkcie A_0 ,

v – prędkość w dowolnym punkcie A .

Po przekształceniach otrzymuje się równanie prędkości w ruchu jednostajnie zmiennym, przedstawiające zależność między prędkością v a czasem t :

$$v = v_0 + a t \quad (4.47)$$

gdzie:

t – całkowity czas trwania ruchu od położenia A_0 do A ,

v_0 – **prędkość początkowa**, którą ciało ma w punkcie A_0 ,

a – przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym.

Drogę całkowitą s w ruchu jednostajnie zmiennym można obliczyć ze wzoru:

$$s = s_0 + \frac{a t^2}{2} \quad (4.48)$$

gdzie:

s_0 – droga początkowa,

a – przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym,

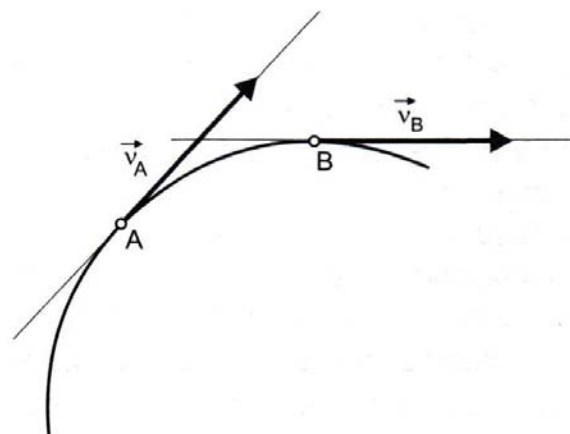
t – czas trwania ruchu.

4.8.3. Ruch krzywoliniowy

Wektor prędkości w ruchu prostoliniowym jest skierowany wzdłuż toru ruchu, a jego kierunek zgodny z kierunkiem ruchu. W ruchu krzywoliniowym wektor prędkości jest styczny do toru w każdej chwili. Jeżeli wartość wektora nie zmienia się, a zmienia się kierunek i nachylenie, to punkt porusza się ruchem **krzywoliniowym jednostajnym** (rys. 4.40).

Ruch **krzywoliniowy zmienny**, oprócz zmiany kierunku i nachylenia wektora prędkości, charakteryzuje również zmiana wartości prędkości.

Pozostawiając dalsze rozważania dotyczące ogólnego matematycznego opisu ruchu krzywoliniowego, skierujemy naszą uwagę na ruch po okręgu i ruch obrotowy ciała, zjawiska często spotykane w pracy mechanika samochodowego.



Rys. 4. 40. Ruch krzywoliniowy jednostajny

4.8.4. Ruch jednostajny po okręgu

Ruch po okręgu jest szczególnym i najczęściej spotykanym przypadkiem ruchu krzywoliniowego. Przykładowo, takim ruchem porusza się pojazd na łuku o stałym promieniu (np. na rondzie).

Punkt materialny, poruszając się ruchem jednostajnym po okręgu o promieniu r , przebywa jednakowe odcinki drogi w jednostce czasu. Wektor prędkości \vec{v} jest styczny do toru ruchu, a jego wartość jest stała. Prędkość w ruchu jednostajnym wyraża się wzorem:

$$v = \frac{s}{t} \quad (4.49)$$